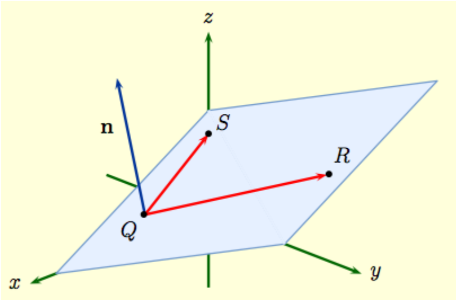
PI4.146r **Equações de planos (I)**

Um plano pode ser definido por:

- três pontos em **R**^{3} não colineares **Q** , **R** e **S**; ou

- um ponto **Q** e dois vetores não paralelos, **QR** e **QS**;

- um ponto **Q** e um vetor **n** normal ao plano.



1. Determinar as equações do plano que contém os pontos A = (2, −1, 2), B = (2, 2, −1) e C = (0, 1, 1).

Escolha de dois vetores do plano: $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = B - A = (0;3;-3) \quad \vec{v} = \overrightarrow{AC} = C - A = (-2;2;-1)$

$$X = A + \alpha.\vec{u} + \beta.\vec{v} \leftrightarrow (x_1, x_2, x_3) = (2;\ -1;\ 2) + \alpha.(0;3;-3) + \beta.(-2;2;-1) \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow (x_1, x_2, x_3) = (2 - 2\beta;\ -1 + 3\alpha + 2\beta;\ 2 - 3\alpha - \beta)$$

Esta é a equação paramétrica do plano.

Processo expedito para obter a equação geral:

i) determinamos o produto vetorial dos dois vetores do plano:

$$\vec{x} \times \vec{y} = (x_2y_3 - x_3y_2;\ x_3y_1 - x_1y_3;\ x_1y_2 - x_2y_1)$$

$$\vec{u} \times \vec{v} = (u_2.v_3 - u_3.v_2; u_3.v_1 - u_1.v_3; u_1.v_2 - u_2.v_1) = (3;6;6)$$

ii) Este vetor $\vec{n} = (3;6;6)$ é um vetor normal ao plano. A equação geral do plano será da forma $3x + 6y + 6z = d$

iii) Para encontrar a constante ***d***, substituímos ***x***, ***y*** e ***z*** pelas coordenadas de qualquer um dos pontos conhecido do plano. Escolhendo **C = (0; 1; 1)**, vem:

$$3 \times 0 + 6 \times 1 + 6 \times 1 = d \quad \leftrightarrow \quad d = 12$$

A equação geral do plano será:

$$3x + 6y + 6z = 12 \quad \leftrightarrow \quad x + 2y + 2z - 4 = 0$$

2. Determinar a equação de uma reta (r) que contenha o ponto P(1;2;-1) e seja perpendicular ao plano (∝) definido por 2x – y + z – 5 = 0.

O vetor ***n*** = (2; -1; 1) é normal ao plano e, portanto, serve como vetor diretor da reta (r).

Assim:

(r): $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{1}$