PI4.145r **Posição relativa de retas em R^3**

1. Determinar a posição relativa das retas ***r*** e ***s*** com ***r***: (x; y; z)=(1,1,1) + t.(1,2,−1); ***s***: (x; y; z)=(3,2,1) + k.(−1,−5,3)

Em R^2 duas retas ou são concorrentes ou são paralelas (com o caso particular da coincidência). Em R^3 duas retas que não se intersetem podem não ser paralelas (dizem-se então enviesadas ou não complanares)

Neste caso, sabemos que as retas não são paralelas porque os vetores diretores não são colineares. Para vermos se as retas se intersetam é necessário encontrar dois valores de t e k para os quais se verifique:
(1,1,1) + t.(1,2,−1) = (3,2,1) + k.(−1,−5,3).

Então: 1 + t = 3 – k; 1 + 2t = 2 – 5k; 1 – t = 1 + 3k

Isolamos t na primeira equação: t = 2 – k e substituímos nas outras duas equações:
1 + 2.(2 – k) = 2 – 5k; 1 – (2 – k) = 1 + 3k Resolvendo em ordem a k: 1 + 4 – 2k = 2 – 5k; 1 – 2 + k = 1 + 3k e chegamos a: K = -1. Substituindo K = -1 em t = 2 – k , obtemos t = 3.

Podemos afirmar que as retas se intersetam. O ponto de interseção pode ser obtido substituindo t = 3 e k = -1 nas equações das retas ***r*** e ***s*** : P = (4; 7;-2).

2. Determinar a posição relativa das retas ***r*** e ***s*** com ***r***: (x; y; z)=(1,0,2) + t.(-1,-1,2); ***s***: (x; y; z)=(4,4,2) + k.(2,2,-4)

Neste caso, sabemos que as retas são paralelas porque os vetores diretores são colineares. Para vermos se as retas são coincidentes (ou não) vamos verificar se um dos pontos pertence à outra reta.

Se o ponto (1; 0; 2) pertencer à reta ***s***, verifica a equação: (1; 0; 2) = (4; 4, 2) + k (2; 2; -4).

(1; 0; 2) = (4; 4, 2) + k (2; 2; -4) ⟷ (-3; -4; 0) = k (2; 2; -4) Esta equação é falsa, logo as retas são estritamente paralelas.

3. Determinar os valores de ***x*** e de ***z*** de forma que o ponto P = (x; 1; z) pertença à reta que passa nos pontos A(0; 2; 3) e B(2; 7; 5).

$$\overrightarrow{AB} = (2;5;2); \quad \overrightarrow{AP} = (x;\ -1; z-3); \quad \overrightarrow{BP} = (x-2;\ -6; z-5)$$

Os vetores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AP}$ são colineares: $\frac{2}{x} = \frac{5}{-1} = \frac{2}{z-3} \ \leftrightarrow x = -\frac{2}{5} \ \ e \ \ z = 3 - \frac{2}{5} = \frac{13}{5}$

Os vetores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{BP}$ são colineares: $\frac{2}{x-2} = \frac{5}{-6} = \frac{2}{z-5} \ \leftrightarrow x = -\frac{2}{5} \ \ e \ \ z = 3 - \frac{2}{5} = \frac{13}{5}$