

PI4.143r Retas em \mathbb{R}^3 : equação vetorial; equações paramétricas

Uma reta é determinada por dois pontos P e Q ou por um ponto P e uma direção (definida por um vetor u). A equação vetorial da reta que passa pelo ponto P e tem a direção do vetor u é:

$$X(x; y; z) = P(x_0; y_0; z_0) + \alpha \cdot \vec{u}(u_1; u_2; u_3), \alpha \in \mathbb{R}.$$

As equações paramétricas resultam do desenvolvimento da equação vetorial:

$$x = x_0 + \alpha \cdot u_1; \quad y = y_0 + \alpha \cdot u_2; \quad z = z_0 + \alpha \cdot u_3$$

1. Determinar a equação vetorial e as equações paramétricas da reta que passa por $P = (2; -1; 0)$ e tem a direção do vetor $u = (1; -2; 3)$

Vetorial: $X(x; y; z) = (2; -1; 0) + \alpha \cdot (1; -2; 3), \alpha \in \mathbb{R}.$

Paramétricas: $x = 2 + \alpha; \quad y = -1 - 2 \cdot \alpha; \quad z = 3 \cdot \alpha$

2. Determinar a equação vetorial e as equações paramétricas da reta que passa por $P = (2; -1; 0)$ e por $Q = (3; 2; 1)$.

$$\vec{u} = \overrightarrow{PQ} = Q - P = (1; 3; 1)$$

Vetorial: $X(x; y; z) = (2; -1; 0) + \alpha \cdot (1; 3; 1), \alpha \in \mathbb{R}.$

Paramétricas: $x = 2 + \alpha; \quad y = -1 + 3 \cdot \alpha; \quad z = \alpha$

3. Determinar a equação vetorial e as equações paramétricas da reta que passa por $P = (-1; -1; 4)$ e por $Q = (2; 2; 4)$.

$$\vec{u} = \overrightarrow{PQ} = Q - P = (3; 3; 0)$$

Vetorial: $X(x; y; z) = (-1; -1; 4) + \alpha \cdot (3; 3; 0), \alpha \in \mathbb{R}.$

Paramétricas: $x = -1 + 3 \cdot \alpha; \quad y = -1 + 3 \cdot \alpha; \quad z = -1$

Trata-se de uma reta contida no plano horizontal $z = -1$ e com $y = x$.