

PI4.141r Equações cartesianas: geral e reduzida (I)

As equações cartesianas resultam do desenvolvimento da equação vetorial e das equações paramétricas:

$$X(x; y) = P(x_0; y_0) + \alpha \cdot \vec{u}(u_1; u_2), \alpha \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x = x_0 + \alpha \cdot u_1 \wedge y = y_0 + \alpha \cdot u_2 \Leftrightarrow$$

$$\alpha = \frac{x - x_0}{u_1}; \alpha = \frac{y - y_0}{u_2} \Leftrightarrow \frac{x - x_0}{u_1} = \frac{y - y_0}{u_2} \Leftrightarrow$$

$$u_2(x - x_0) = u_1(y - y_0) \Leftrightarrow u_2x - u_1y - u_2x_0 + u_1y_0 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow Ax + By + C = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B} \Leftrightarrow y = mx + b$$

A equação $Ax + By + C = 0$ diz-se equação geral da reta; A equação $y = mx + b$ diz-se equação reduzida da reta.

1. Determinar as equações geral e reduzida da reta que passa por $P = (2; -1)$ e tem a direção do vetor $u = (1; -2)$.

$$\frac{x - x_0}{u_1} = \frac{y - y_0}{u_2} \Leftrightarrow \frac{x - 2}{1} = \frac{y + 1}{-2} \Leftrightarrow -2x + 4 = y + 1 \Leftrightarrow -2x - y + 3 = 0 \Leftrightarrow y = -2x + 3$$

A equação $-2x - y + 3 = 0$ é a equação geral da reta; A equação $y = -2x + 3$ é a equação reduzida da reta.

2. Determinar as equações geral e reduzida da reta que passa por $P = (2; -1)$ e por $Q = (-2; 1)$.

$$\vec{u} = \overrightarrow{PQ} = Q - P = (-4; 2)$$

$$\frac{x - x_0}{u_1} = \frac{y - y_0}{u_2} \Leftrightarrow \frac{x - 2}{-4} = \frac{y + 1}{2} \Leftrightarrow 2x - 4 = -4y - 4 \Leftrightarrow 2x + 4y = 0 \Leftrightarrow y = -0,5x$$

A equação $2x + 4y = 0$ é a equação geral da reta; A equação $y = -0,5x$ é a equação reduzida da reta.

3. Determinar as equações geral e reduzida da reta que passa por $P = (-1; -1)$ e por $Q = (2; 2)$.

$$\vec{u} = \overrightarrow{PQ} = Q - P = (3; 3)$$

$$\frac{x - x_0}{u_1} = \frac{y - y_0}{u_2} \Leftrightarrow \frac{x + 1}{3} = \frac{y + 1}{3} \Leftrightarrow 3x + 3 = 3y + 3 \Leftrightarrow 3x - 3y = 0 \Leftrightarrow y = x$$

A equação $3x - 3y = 0$ é a equação geral da reta; A equação $y = x$ é a equação reduzida da reta.