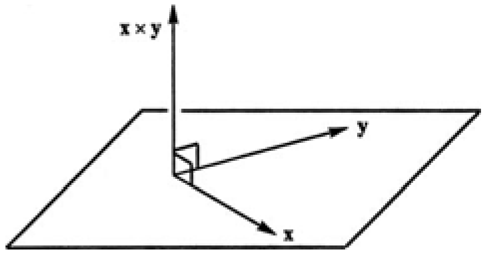
PI4.135r **Produto vetorial**

Sejam os vetores **x** = (x_1, x_2, x_3) e **y** =(y_1, y_2, y_3) de $\mathbf{R}^3$. Chamamos produto vetorial desses dois vetores a um terceiro vetor dado por:

$$\vec{x} \times \vec{y} = (x_2 y_3 - x_3 y_2;\ x_3 y_1 - x_1 y_3;\ x_1 y_2 - x_2 y_1)$$

Este novo vetor $\vec{x} \times \vec{y}$ é ortogonal (perpendicular) a ambos os vetores **x** = (x_1, x_2, x_3) e **y** =(y_1, y_2, y_3).



1. Determinar o vetor produto vetorial dos vetores **x** = (2,3,0) e **y** =(−1,1,4).

$$\vec{x} \times \vec{y} = (x_2 y_3 - x_3 y_2;\ x_3 y_1 - x_1 y_3;\ x_1 y_2 - x_2 y_1) =$$
$$= \big(3 \times 4 - 0 \times 1;\ -1 \times 0 - 2 \times 4;\ 2 \times 1 - 3 \times (-1)\big) = (12; -8; 5)$$

2. Determinar o vetor produto vetorial dos vetores **x** = (1,0,0) e **y** =(0,1,0).

$$\vec{x} \times \vec{y} = (x_2 y_3 - x_3 y_2;\ x_3 y_1 - x_1 y_3;\ x_1 y_2 - x_2 y_1) =$$

$$= (0 \times 0 - 0 \times 1; 0 \times 0 - 1 \times 0; 1 \times 1 - 0 \times 0) = (0; 0; 1)$$

3. Mostrar que o vetor (12; -8; 5), produto vetorial dos vetores **x** = (2,3,0) e **y** =(−1,1,4), é normal a cada um destes vetores.

Utilizando o produto escalar:

$$\overrightarrow{(2;3;0)}.\overrightarrow{(12;-8;5)} = 2 \times 12 + 3 \times (-8) + 0 \times 5 = 0$$

$$\overrightarrow{(-1;1;4)}.\overrightarrow{(12;-8;5)} = -1 \times 12 + 1 \times (-8) + 4 \times 5 = 0$$

Como os produtos escalares são nulos, o vetor (12; -8; 5) é normal a cada um dos vetores **x** = (2,3,0) e **y** =(−1,1,4).

Esta propriedade pode ser generalizada:

O vetor produto vetorial de quaisquer dois vetores **x** e **y** é normal a cada um destes vetores.