

PI4.131r Versores. Ortogonalidade de vetores

Versores são vetores unitários (vetores de norma 1). Para qualquer vetor não nulo \vec{u} , o vetor $\vec{u}/\|\vec{u}\|$ é unitário.

1. Determinar dois vetores unitários \vec{u}_1 e \vec{u}_2 com a direção do vetor $\vec{u} = (-1; 2)$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

$$\vec{u}_1 = \frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} = \frac{(-1; 2)}{\sqrt{5}} = \left(-\frac{\sqrt{5}}{5}; \frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$$

$$\vec{u}_2 = -\frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} = \frac{(1; -2)}{\sqrt{5}} = \left(\frac{\sqrt{5}}{5}; -\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$$

2. Determinar dois vetores \vec{u}_1 e \vec{u}_2 , de norma 5, com a direção do vetor $\vec{u} = (-1; 2)$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

$$\vec{u}_1 = 5 \times \frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} = 5 \times \frac{(-1; 2)}{\sqrt{5}} = 5 \times \left(-\frac{\sqrt{5}}{5}; \frac{2\sqrt{5}}{5}\right) = (-\sqrt{5}; 2\sqrt{5})$$

$$\vec{u}_2 = (\sqrt{5}; -2\sqrt{5})$$

Ortogonalidade (perpendicularidade) de vetores

Dois vetores são ortogonais se o seu produto escalar for nulo.

1. Verificar que os vetores $\mathbf{u} = (1; 2)$ e $\mathbf{v} = (-2; 1)$ são ortogonais.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (1; 2) \cdot (-2; 1) = -2 + 2 = 0$$

2. Verificar que os vetores $\mathbf{u} = (1; 3; -2)$ e $\mathbf{v} = (-2; 0; -1)$ são ortogonais.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (1; 3; -2) \cdot (-2; 0; -1) = -2 + 0 + 2 = 0$$

3. Determinar k de modo que os vetores $\mathbf{u} = (-1; 2)$ e $\mathbf{v} = (-2; k)$ sejam ortogonais.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (-1; 2) \cdot (-2; h) = 2 + 2h$$

$$2 + 2h = 0 \leftrightarrow h = -1$$