

PI4.127r Produto escalar de vetores (II)

1. Usar o produto escalar para encontrar um vetor $\mathbf{w} = (x; y; z)$, não nulo, perpendicular aos vetores: $\mathbf{u} = (1, 2, -3)$ e $\mathbf{v} = (2, 0, 1)$.

$$(x; y; z) \cdot (1; 2; -3) = 0 \leftrightarrow x + 2y - 3z = 0$$

$$(x; y; z) \cdot (2; 0; 1) = 0 \leftrightarrow 2x + z = 0$$

O vetor \mathbf{w} será da forma : $\mathbf{w} = (x; -7x/2; -2x)$ Por exemplo: $\mathbf{w} = (2; -7; -4)$

2. Usar o produto escalar para encontrar um vetor unitário $\mathbf{w} = (x; y; z)$, não nulo, perpendicular aos vetores: $\mathbf{u} = (1, 1; 0)$ e $\mathbf{v} = (2, 4; 2)$.

$$(x; y; z) \cdot (1; 1; 0) = 0 \leftrightarrow x + y = 0$$

$$(x; y; z) \cdot (2; 4; 2) = 0 \leftrightarrow 2x + 4y + 2z = 0$$

O vetor \mathbf{w} será da forma : $\mathbf{w} = (x; -x; x)$ Por exemplo: $\mathbf{w} = (1; -1; 1)$

3. Verificar se os pontos A (1,2,0), B (-2,1,1) e C (0,3,-1) formam um triângulo retângulo.

$$\overrightarrow{AB} = (-3; -1; 1); \quad \overrightarrow{AC} = (-1; 1; -1); \quad \overrightarrow{BC} = (2; 2; -2)$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 3 - 1 - 1 = 1 \quad \text{Não são perpendiculares;}$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -6 - 2 - 2 = -10 \quad \text{Não são perpendiculares;}$$

$$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AC} = -2 + 2 + 2 = 2 \quad \text{Não são perpendiculares;}$$

Não existe nenhum ângulo reto, logo os pontos A (1,2,0), B (-2,1,1) e C (0,3,-1) não formam um triângulo retângulo.

4. Verificar se os pontos A (-2, 1, 0), B (-1, 4, -3) e C (0, 4, -1) formam um triângulo retângulo.

$$\overrightarrow{AB} = (1; 3; -3); \quad \overrightarrow{AC} = (2; 3; -1); \quad \overrightarrow{BC} = (1; 0; 2)$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 + 9 + 3 = 14 \quad \text{Não são perpendiculares;}$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 1 - 6 = -5 \quad \text{Não são perpendiculares;}$$

$$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 - 2 = 0 \quad \text{São perpendiculares.}$$

Os pontos A (-2, 1, 0), B (-1, 4, -3) e C (0, 4, -1) formam um triângulo retângulo em C.