PI4.133 **Desigualdade de Cauchy-Schwarz. Ângulo entre dois vetores (II)**

O valor absoluto do produto escalar de dois vetores **u** e **v** é menor ou igual que o produto das respetivas normas:

$$|\vec{u}\,.\,\vec{v}| \leq \ \|\vec{u}\|\,.\,\|\vec{v}\| \quad \text{(Desigualdade de Cauchy-Schwarz)}$$

Se os vetores **u** e **v** forem não nulos, temos: $\frac{|\vec{u}\,.\vec{v}\,|}{\|\vec{u}\|\,.\|\vec{v}\|} \leq 1 \ \leftrightarrow \ -1 \leq \frac{\vec{u}\,.\vec{v}}{\|\vec{u}\|\,.\|\vec{v}\|} \leq 1$

Chamamos ângulo entre os dois vetores **u** e **v** ao valor θ pertencente a [0; π] tal que $\frac{\vec{u}\,.\vec{v}}{\|\vec{u}\|\,.\|\vec{v}\|}$ = cos θ.

1. Determinar o ângulo θ entre os vetores **u** = (1; 0) e **v** = (-3; 3).

2. Determinar o ângulo θ entre os vetores **u** = (2; 3; 0) e **v** = (-1; 1; 4).

3. Determinar o ângulo θ entre os vetores **u** = (6; 5; 0) e **v** = (3; 0; 2).